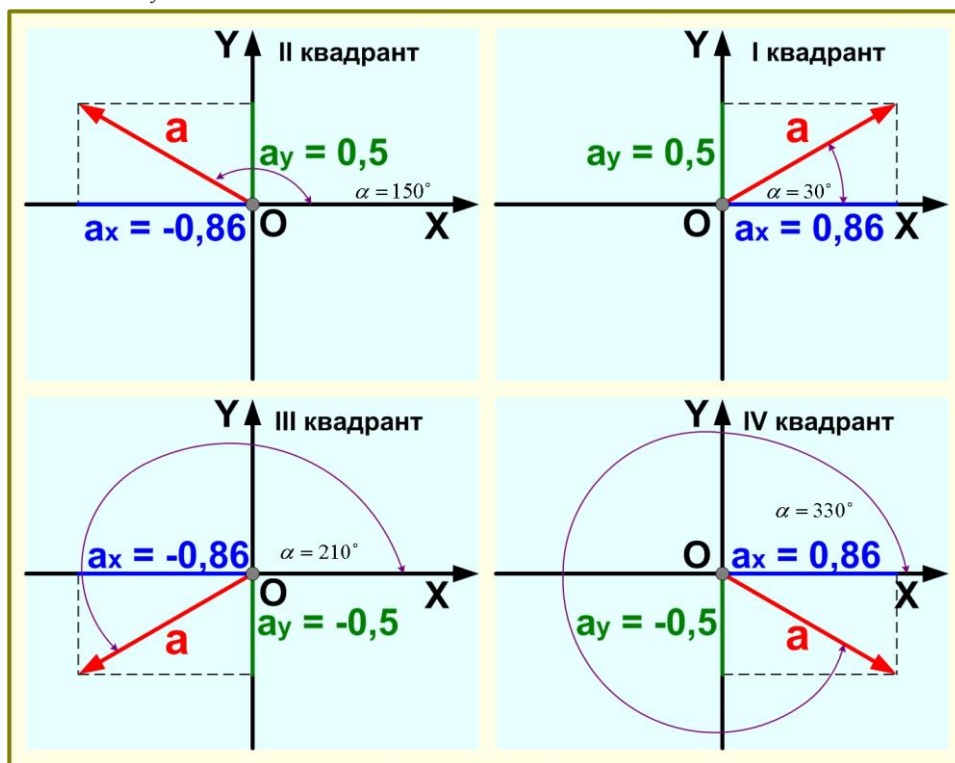


Определете ъгълът, който сключва вектор $\vec{a}$ с оста OX ако проекциите му по осите OX и OY са:

- а) $a_x = 0,86$; $a_y = 0,5$
- б) $a_x = -0,86$; $a_y = 0,5$
- в) $a_x = -0,86$; $a_y = -0,5$
- г) $a_x = 0,86$; $a_y = -0,5$



Фиг.1.

Решение :

Вобщият случай ъгълът α между вектор $\vec{a}$ и оста OX се определя чрез проекциите му като :

$$(1) \alpha = \arctg\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$$

Прилагаме (1) към четирите подусловия на задачата:

$$\text{а) } a_x = 0,86; a_y = 0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{0,5}{0,86}\right) = 30^\circ$$

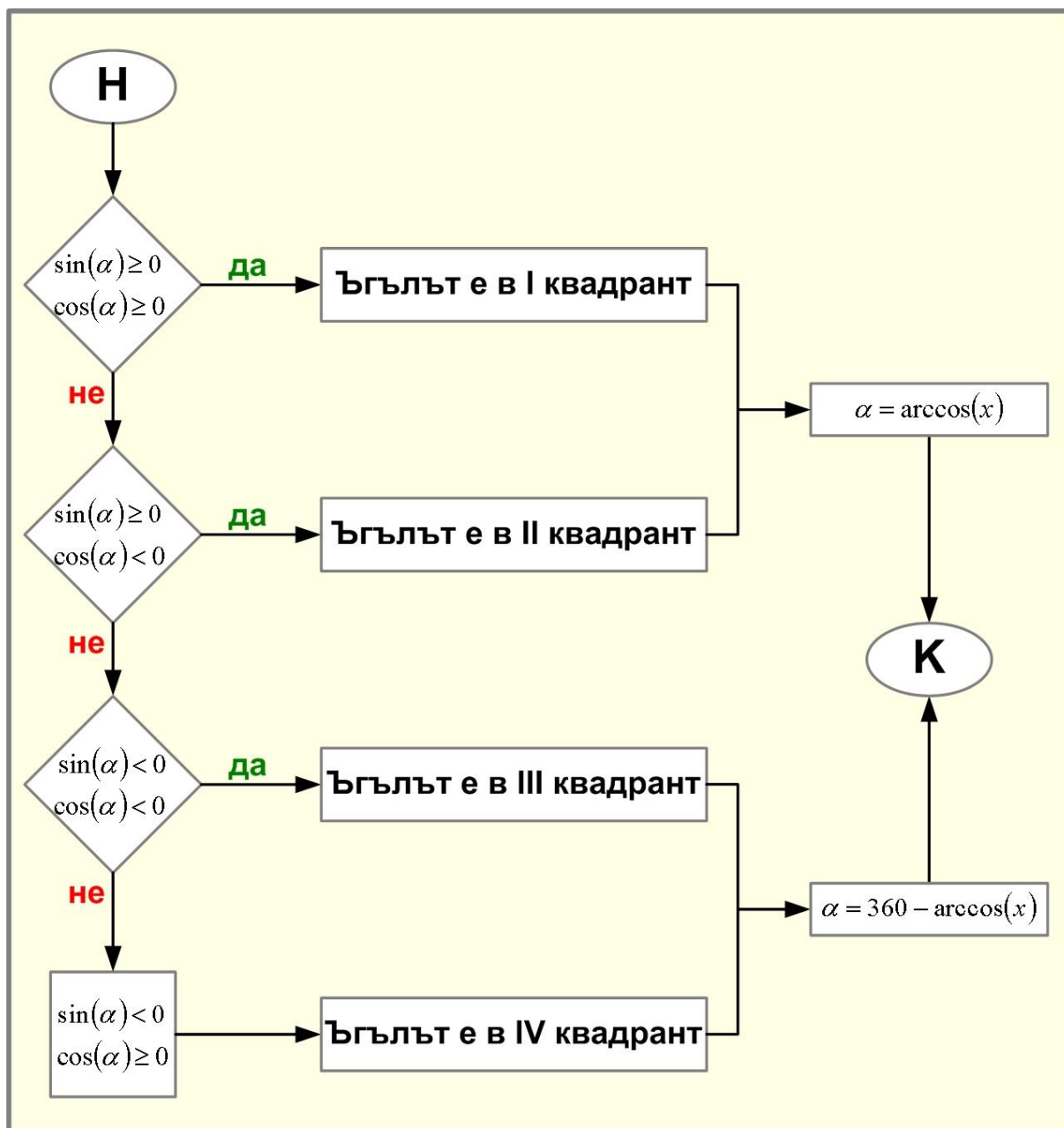
$$\text{б) } a_x = -0,86; a_y = 0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(-\frac{0,5}{0,86}\right) = -30^\circ = 330^\circ$$

$$\text{в) } a_x = -0,86; a_y = -0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{-0,5}{-0,86}\right) = 30^\circ$$

$$\text{г) } a_x = 0,86; a_y = -0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(-\frac{0,5}{0,86}\right) = -30^\circ = 330^\circ$$

Както се вижда, прилагайки формула (1), не можем да определим еднозначно търсеният ъгъл α , освен това, в общият случай, когато е възможно $\vec{a}$ да е успореден на оста **ОУ** при което $a_x = 0$, формула (1) е неприложима.

За това се използва следният алгоритъм (фиг.2):



Фиг.2.

Където :

$$(2) a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0,86^2 + 0,5^2} = 1$$

$$(3) \sin(\alpha) = \frac{a_y}{a} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}$$

$$(4) \cos(\alpha) = \frac{a_x}{a} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}$$

Прилагаме (3), (4) и алгоритъмът от фиг.2, към четирите подусловия на задачата:

а) $a_x = 0,86$; $a_y = 0,5$

$$\sin(\alpha) = \frac{0,5}{1} = 0,5 > 0; \cos(\alpha) = \frac{0,86}{1} = 0,86 > 0$$

$\Rightarrow$ ъгълът е в I квадрант :

$$\alpha = \arccos(0,86) = 30^\circ$$

б) $a_x = -0,86$; $a_y = 0,5$

$$\sin(\alpha) = \frac{0,5}{1} = 0,5 > 0; \cos(\alpha) = \frac{-0,86}{1} = -0,86 < 0$$

$\Rightarrow$ ъгълът е в II квадрант :

$$\alpha = \arccos(-0,86) = 150^\circ$$

в) $a_x = -0,86$; $a_y = -0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{-0,5}{-0,86}\right) = 30^\circ$

$$\sin(\alpha) = \frac{-0,5}{1} = -0,5 < 0; \cos(\alpha) = \frac{-0,86}{1} = -0,86 < 0$$

$\Rightarrow$ ъгълът е в III квадрант :

$$\alpha = 360^\circ - \arccos(-0,86) = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

г) $a_x = 0,86$; $a_y = -0,5 \rightarrow \alpha = \arctg\left(-\frac{0,5}{0,86}\right) = -30^\circ = 330^\circ$

$$\sin(\alpha) = \frac{-0,5}{1} = -0,5 < 0; \cos(\alpha) = \frac{0,86}{1} = 0,86 > 0$$

$\Rightarrow$ ъгълът е в IV квадрант :

$$\alpha = 360^\circ - \arccos(0,86) = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$

Отговор: а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 150^\circ$; в) $\alpha = 210^\circ$; г) $\alpha = 330^\circ$