

Положителен точков заряд $q = 50 \text{ } [\mu\text{C}]$ се намира в плоскостта x - y в точка A с радиус-вектор $\vec{r}_0 = 2.\vec{i} + 3.\vec{j}$, където $\vec{i}$ и $\vec{j}$ са ортите на осите x и y . Да се намери модулът и направлението на вектора на електростатичното поле $\vec{E}_B$ в точка B с радиус вектор $\vec{r} = 8.\vec{i} - 5.\vec{j}$. Значенията на координатите $\vec{r}_0$ и $\vec{r}$ са дадени в метри [m].

Дадено :

$$\vec{r}_0 = 2.\vec{i} + 3.\vec{j}; \vec{r} = 8.\vec{i} - 5.\vec{j}$$

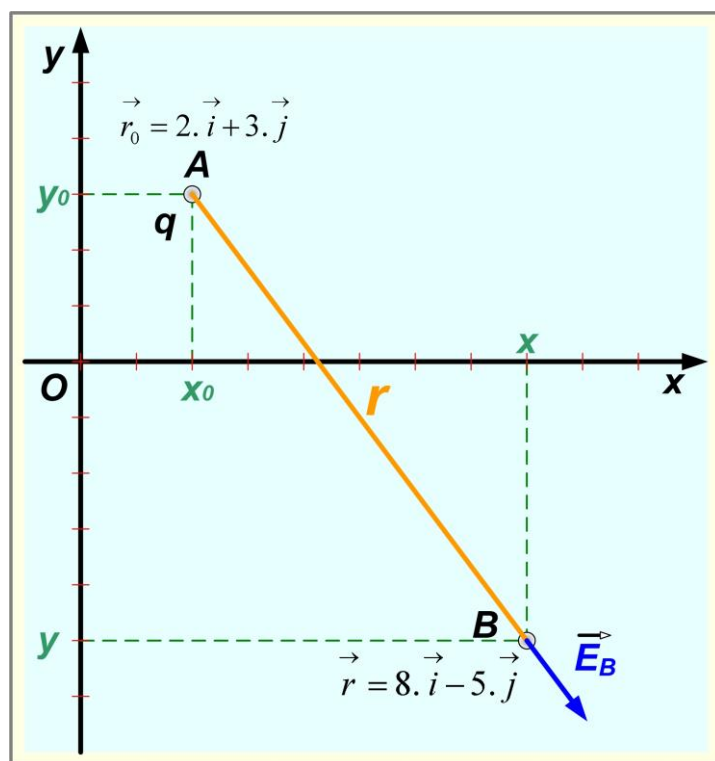
$$q = 50 \text{ } [\mu\text{C}]$$

Да се намери :

$$E_B \text{ } [\text{V/m}]; \vec{E}_B$$

Решение

Използвайки числените данни в условието, рисуваме схематично изображение на изучаваната система (фиг.1.1).



Фиг.1.

Ще използваме формулата :

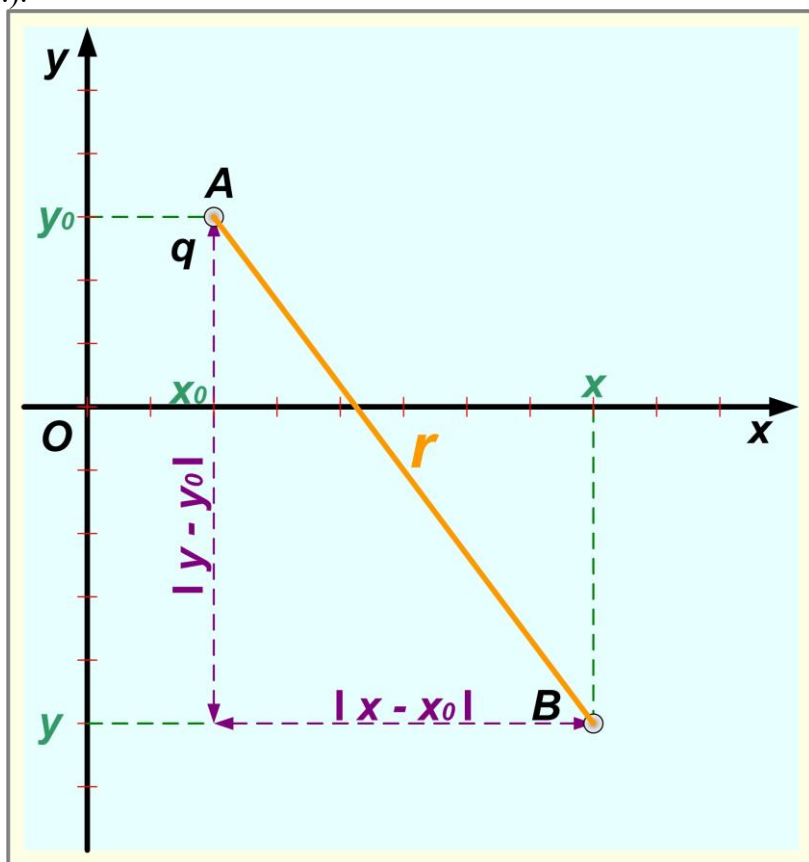
$$(1) E_B = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \left[\frac{N}{C} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$\text{Където } \epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{F}{m} = \frac{As^4}{kg \cdot m^3} \right]$$

Зарядът q се намира в точка A с координати : $x_0 = 2 \text{ [m]}$ и $y_0 = 3 \text{ [m]}$.

Напрегнатостта на електростатичното поле трябва да определим в точка B с координати : $x = 8 \text{ [m]}$ и $y = -5 \text{ [m]}$.

За да намерим разстоянието $r \text{ [m]}$ между точки A и B , ще приложим питагоровата теорема (фиг2.).



Фиг.2.

$$(2) r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$(3) r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \text{ [m]}$$

Заместваме изразът за r^2 от (2) в (1) :

$$(4) E_B = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \left[\frac{V}{m} \right]$$

Заместваме в (4) с конкретните стойности :

$$E_B = \frac{1}{4.3,14.8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-6}}{(8 - 2)^2 + (-5 - 3)^2} \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$E_B = 4493,78 \text{ [V/m]}$$

Тогава модулет на напрегнатостта на електростатичното поле ще бъде равен на :

$$E_B = \frac{1}{4.3,14.8,85.10^{-12}} \cdot \frac{50.10^{-6}}{10^2} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

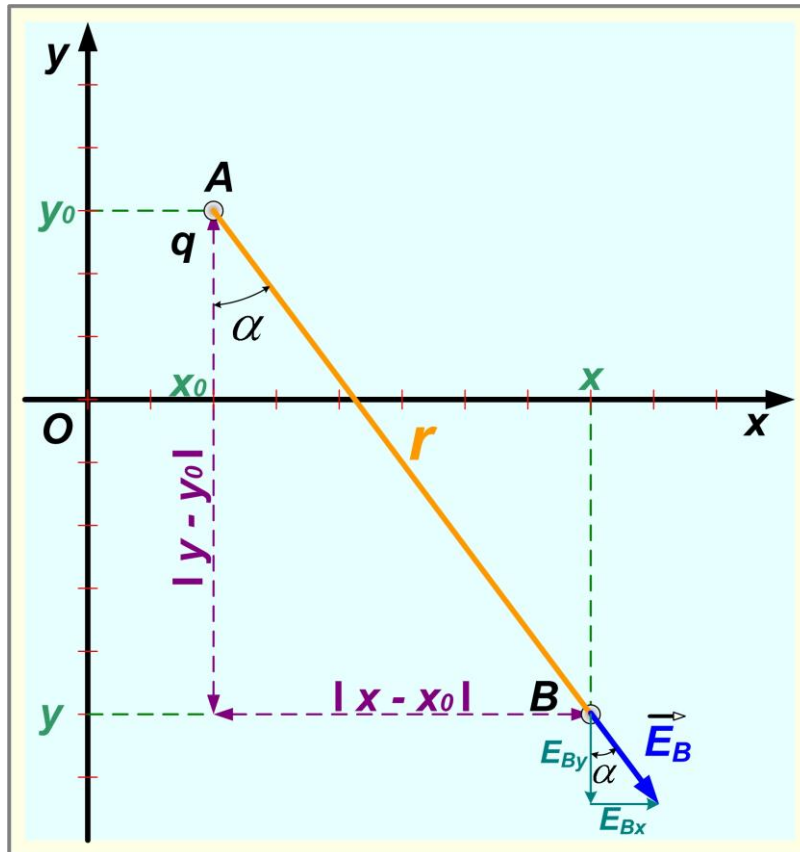
$$E_B = 4493,78 \text{ [V/m]}$$

Тъй като направлението на вектора на напрегнатостта на електростатичното поле $\vec{E}$ съвпада с направлението от точка А към точка В, то $\vec{E}$ можем да запишем така :

$$(5) \vec{E}_B = \vec{E}_{Bx} + \vec{E}_{By}$$

Модулите на векторите $\vec{E}_{Bx}$ и $\vec{E}_{By}$ са равни съответно (фиг.3.):

$$(6) E_{Bx} = E_B \cdot \cos(\alpha) ; E_{By} = E_B \cdot \sin(\alpha)$$



Фиг.3.

От своя страна :

$$(7) \cos(\alpha) = \frac{x - x_0}{r} ; \sin(\alpha) = \frac{y - y_0}{r}$$

От (5), (6) и (7) получаваме :

$$\vec{E}_B = \vec{i} \cdot E_B \cdot \cos(\alpha) + \vec{j} \cdot E_B \cdot \sin(\alpha)$$

$$(8) \vec{E}_B = \vec{i} \cdot E_B \cdot \left(\frac{x - x_0}{r} \right) + \vec{j} \cdot E_B \cdot \left(\frac{y - y_0}{r} \right)$$

Заместваме в (3) с конкретните стойности :

$$r = \sqrt{(8-2)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{36+64} = 10 \text{ [m]}$$

Заместваме в (6) с конкретните стойности :

$$\vec{E}_B = \vec{i} \cdot 4493,78 \cdot \left(\frac{8-2}{10} \right) + \vec{j} \cdot 4493,78 \cdot \left(\frac{-5-3}{10} \right)$$

$$\vec{E}_B = \vec{i} \cdot 4493,78 \cdot \left(\frac{8-2}{10} \right) + \vec{j} \cdot 4493,78 \cdot \left(\frac{-5-3}{10} \right)$$

$$\vec{E}_B = \vec{i} \cdot 2696,27 - \vec{j} \cdot 3595,02 \text{ [V/m]}$$

Решение в Excel

Отговор :

$$E_B = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q}{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]; E_B = 4493,78 \text{ [V/m]}$$

$$\vec{E}_B = \vec{i} \cdot E_B \cdot \left(\frac{x-x_0}{r} \right) + \vec{j} \cdot E_B \cdot \left(\frac{y-y_0}{r} \right); \vec{E}_B = \vec{i} \cdot 2696,27 - \vec{j} \cdot 3595,02 \text{ [V/m]}$$