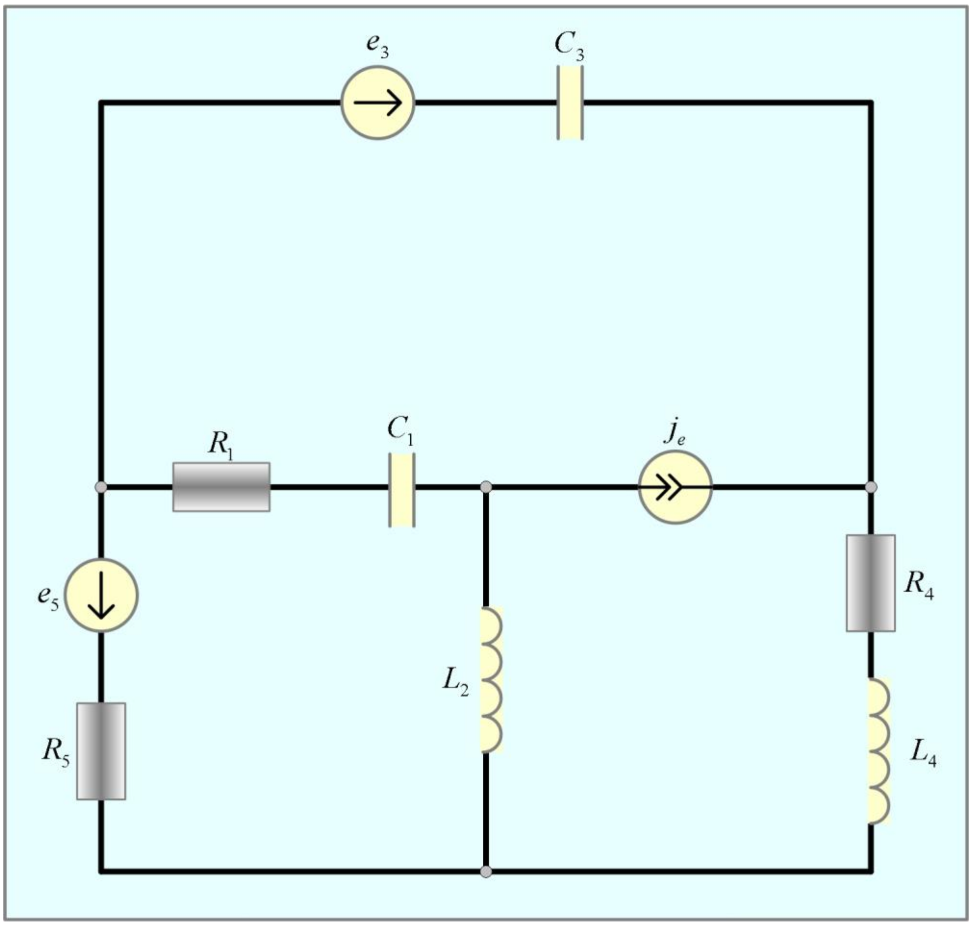
Задачата е решена от Деян Гечев, студент 3 курс ТУ - София



За веригата на фигурата е дадено :

$e_3(t) = 163{,}7681.\sin(1000.t + 16{,}5571^\circ)\ [V]$

$e_5(t) = 51{,}0882.\sin(1000.t + 131{,}6335^\circ)\ [V]$

$j_e(t) = 10.\sin(1000.t - 45^\circ)\ [A]$

$R_1 = 3\ [\Omega];\ R_4 = 2\ [\Omega];\ R_5 = 5\ [\Omega]$

$C_1 = 250\ [\mu F];\ C_3 = 100\ [\mu F];$

$L_2 = 10\ [mH];\ L_4 = 2\ [mH]$

Да се намери :

1) Комплексите на всички токове ;
2) Да се определи моментната стойност на тока $\mathbf{i_1}$;
3) Да се направи баланс на комплексната мощност.

Решение :

1) Определяне на комплексните токове :

1.1. Превръщаме синусуидалните величини в комплексни :

$$\dot{J}_e = \frac{10}{\sqrt{2}}.e^{-j.45} = \frac{10}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(-45^\circ\right) + j.\sin\left(-45^\circ\right)\right)\ [A]$$

$$\dot{J}_e = 5 - j.5\ [A]$$

$$\dot{E}_3 = \frac{163{,}7681}{\sqrt{2}}.e^{j.16{,}5571} = \frac{163{,}7681}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(16{,}5571^\circ\right) + j.\sin\left(16{,}5571^\circ\right)\right)\ [V]$$

$$\dot{E}_3 = 111 + j.33\ [V]$$

$$\dot{E}_5 = \frac{51{,}0882}{\sqrt{2}}.e^{j.131{,}6335} = \frac{51{,}0882}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(131{,}6335^\circ\right) + j.\sin\left(131{,}6335^\circ\right)\right)\ [V]$$

$$\dot{E}_5 = -24 + j.27\ [V]$$

1.2. Намиране на комплексните еквивалентни съпротивления :

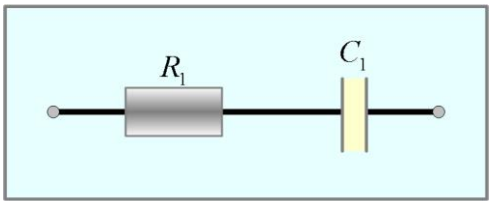
За последователно свързане :

$$Z = R + j.\left(\omega.L - \frac{1}{\omega.C}\right)\ [\Omega]$$

$$R_1 = 3\ [\Omega];\ R_4 = 2\ [\Omega];\ R_5 = 5\ [\Omega]$$

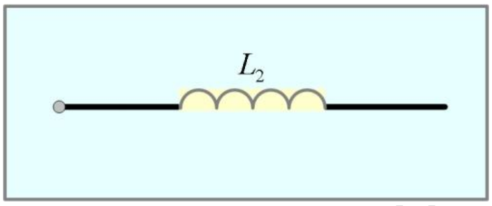
$$C_1 = 250\ [\mu F];\ C_3 = 100\ [\mu F];$$

$$L_2 = 10\ [mH];\ L_4 = 2\ [mH]$$



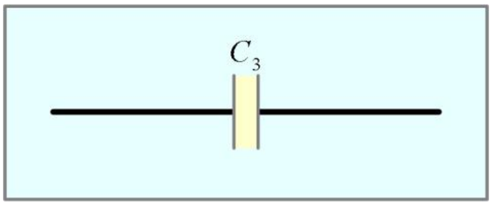
$$Z_1 = R_1 + j.\left(-\frac{1}{\omega.C_1}\right) = 3 - j.\left(\frac{1}{1000.250.10^{-6}}\right)\ [\Omega]$$

$$Z_1 = 3 - j.4\ [\Omega]$$

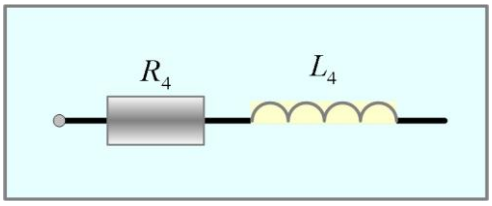


$$Z_2 = j.\omega.L_2 = j.1000.10.10^{-3}\ [\Omega]$$

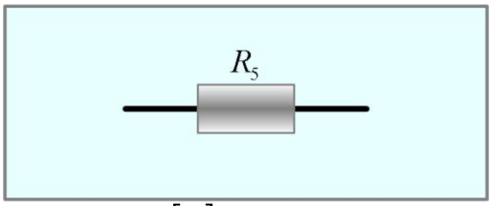
$$Z_2 = j.10\ [\Omega]$$



$$Z_3 = j.\left(-\frac{1}{\omega.C_3}\right) = -j.\left(\frac{1}{1000.100.10^{-6}}\right)\ [\Omega]$$
$$Z_3 = -j.10\ [\Omega]$$



$$Z_4 = R_4 + j.\omega.L_4 = 2 + j.1000.2.10^{-3}\ [\Omega];$$
$$Z_4 = 2 + j.2\ [\Omega]$$



$$Z_5 = R_5 = 5\ [\Omega]$$

1.3. Съставяне на еквивалентна схема.

Ще решим задачата по метода на контурните токове.

m = 6 → брой клонове

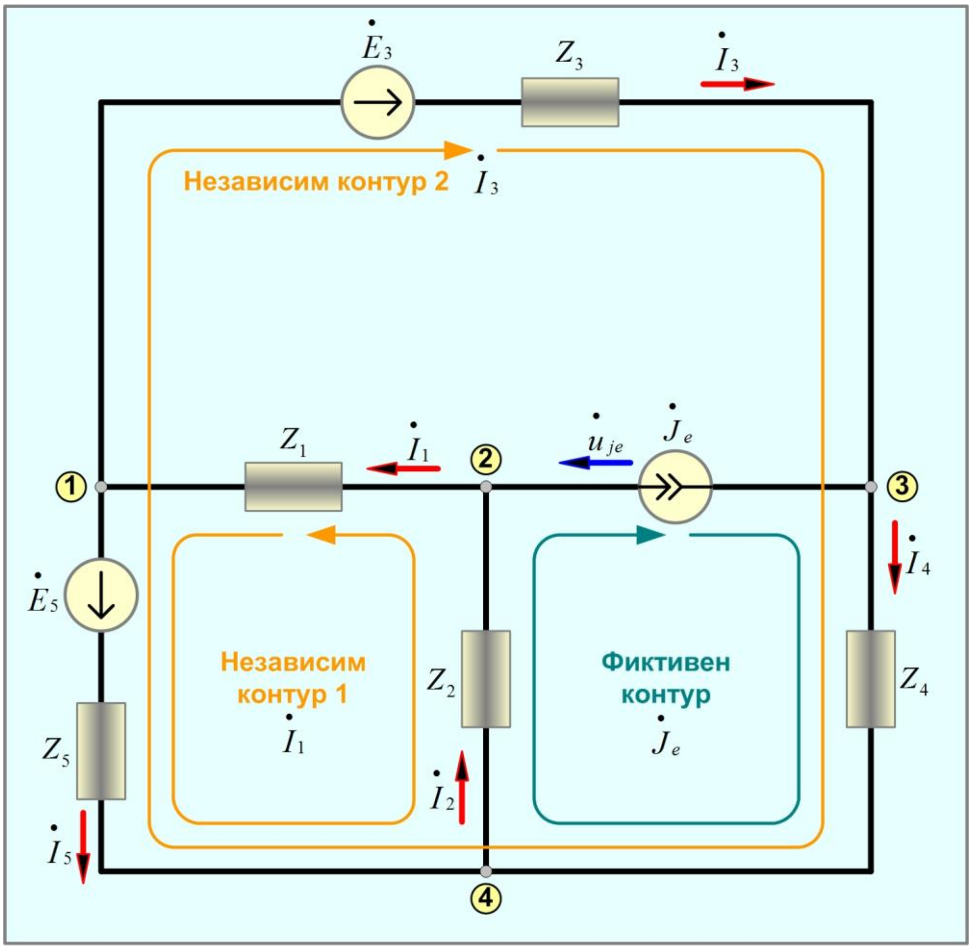
n = 4 → брой възли

n_j = 1 → брой източници на ток

k = m – (n-1) – n_j = 6 – (4-1) – 1 = 2 → брой независими контури, респективно брой уравнения по 2-ри закон на Кирхов плюс един фиктивни контур.

1) Избор на независимите контури: За всеки независим контур избираме контурен ток и посока на този ток. Той НЕ трябва да обхваща (преминава) през източниците на ток!

2) Контурите, които съдържат източници на ток, се наричат ФИКТИВНИ. За тях НЕ се съставят уравнения.



Съставяме уравнение за независимият контур 1 :

$$(Z_1+Z_2+Z_5).\dot{I}_1-Z_5.\dot{I}_3+Z_2.\dot{J}_e=\dot{E}_5$$

Съставяме уравнение за независимият контур 2 :

$$(Z_3+Z_4+Z_5).\dot{I}_3-Z_5.\dot{I}_1+Z_4.\dot{J}_e=\dot{E}_3-\dot{E}_5$$

Решаваме системата от две уравнения и две неизвестни – токовете $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_3$:

$$\left|\begin{array}{l}(Z_1+Z_2+Z_5).\dot{I}_1-Z_5.\dot{I}_3+Z_2.\dot{J}_e=\dot{E}_5\\ -Z_5.\dot{I}_1+(Z_3+Z_4+Z_5).\dot{I}_3+Z_4.\dot{J}_e=\dot{E}_3-\dot{E}_5\end{array}\right.$$

$Z_1=3-j.4\ [\Omega];\ Z_2=j.10\ [\Omega];\ Z_3=-j.10\ [\Omega];\ Z_4=2+j.2\ [\Omega];Z_5=R_5=5\ [\Omega]$

$\dot{E}_3=111+j.33\ [V];\ \dot{E}_5=-24+j.27\ [V];\dot{J}_e=5-j.5\ [A]$

Заместваме :

$$\left|\begin{array}{l}(3-j.4+j.10+5).\dot{I}_1-5.\dot{I}_3+(j.10).(5-j.5)=-24+j.27\\ -(5).\dot{I}_1+(-j.10+2+j.2+5).\dot{I}_3+(2+j.2).(5-j.5)=111+j.33-(-24+j.27)\end{array}\right.$$

$$\left| \begin{array}{l} (8+j.6).\dot{I}_1-5.\dot{I}_3+50+j.50=-24+j.27 \\ -5.\dot{I}_1+(7-j.8).\dot{I}_3+20=135+j.6 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} (8+j.6).\dot{I}_1-5.\dot{I}_3=-74-j.23 \\ -5.\dot{I}_1+(7-j.8).\dot{I}_3=115+j.6 \end{array} \right.$$

$$\dot{I}_1=\frac{\begin{vmatrix} -74-j.23 & -5 \\ 115+j.6 & 7-j.8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8+j.6 & -5 \\ -5 & 7-j.8 \end{vmatrix}}=\frac{(-74-j.23).(7-j.8)-(-5).(115+j.6)}{(8+j.6).(7-j.8)-(-5).(-5)}=\frac{-127+j.461}{79-j.22}\ [A]$$

$$\dot{I}_1=-3+j.5\ [A]$$

$$\dot{I}_3=\frac{\begin{vmatrix} 8+j.6 & -74-j.23 \\ -5 & 115+j.6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8+j.6 & -5 \\ -5 & 7-j.8 \end{vmatrix}}=\frac{(8+j.6).(115+j.6)-(-74-j.23).(-5)}{(8+j.6).(7-j.8)-(-5).(-5)}=\frac{514+j.623}{79-j.22}\ [A]$$

$$\dot{I}_3=4+j.9\ [A]$$

Токът $\dot{I}_2$ намираме чрез 1-ви закон на Кирхов за възел **2** :

$$\dot{I}_2=\dot{I}_1+\dot{J}_e=-3+j.5+5-j.5\ [A]$$

$$\dot{I}_2=2\ [A]$$

Токът $\dot{I}_4$ намираме чрез 1-ви закон на Кирхов за възел **3** :

$$\dot{I}_4=\dot{I}_3+\dot{J}_e=4+j.9+5-j.5\ [A]$$

$$\dot{I}_4=9+j.4\ [A]$$

Токът $\dot{I}_5$ намираме чрез 1-ви закон на Кирхов за възел **1** :

$$\dot{I}_1=\dot{I}_3+\dot{I}_5\ [A]$$

$$\dot{I}_5=\dot{I}_1-\dot{I}_3=-3+j.5-(4+j.9)\ [A]$$

$$\dot{I}_5=-7-j.4\ [A]$$

2) Определяне моментната стойност на тока $i_1(t)$:

$$i_1(t)=\sqrt{2.(a^2+b^2)}.\sin\left(\omega.t+arctg\left(\frac{b}{a}\right)\right)\ [A]$$

$\dot{I}_1=-3+j.5\ [A]\rightarrow$ a = -3; b = 5

$$i_1(t)=\sqrt{2.((-3)^2+5^2)}.\sin\left(1000.t+arctg\left(\frac{5}{-3}\right)\right)\ [A]$$

$$i_1(t)=\sqrt{2}.5{,}8309.\sin(1000.t\ \text{-}\ 59{,}0362^\circ)\ [A]$$

3) Баланс на комплексната мощност:

3.1. Консумирана мощност от всяко съпротивление :

$Z_1=3-j.4\ [\Omega];\ Z_2=j.10\ [\Omega];\ Z_3=-j.10\ [\Omega];\ Z_4=2+j.2\ [\Omega];Z_5=R_5=5\ [\Omega]$

$\dot{I}_1=-3+j.5\ [A];\dot{I}_2=2\ [A];\dot{I}_3=4+j.9\ [A];\dot{I}_4=9+j.4\ [A];\dot{I}_5=-7-j.4\ [A]$

$$\dot{S}_{k1}=Z_1.\left(\dot{I}_1\right)^2=(3-j.4).((-3)^2+5^2)=102-j.136\ [VA]$$

$$\dot{S}_{k2}=Z_2.\left(\dot{I}_2\right)^2=(j.10).(2^2)=j.40\ [VA]$$

$$\dot{S}_{k3}=Z_3.\left(\dot{I}_3\right)^2=(-j.10).(4^2+9^2)=-j.970\ [VA]$$

$$\dot{S}_{k4}=Z_4.\left(\dot{I}_4\right)^2=(2+j.2).(9^2+4^2)=194+j.194\ [VA]$$

$$\dot{S}_{k5}=Z_5.\left(\dot{I}_5\right)^2=(5).((-7)^2+(-4)^2)=325\ [VA]$$

Сумарната консумирана мощност е :

$$\dot{S}_k=\dot{S}_{k1}+\dot{S}_{k2}+\dot{S}_{k3}+\dot{S}_{k4}+\dot{S}_{k5}\ [VA]$$

$$\dot{S}_k=621-j.872\ [VA]$$

3.2. Генерирана мощност :

3.2.1. От източниците на напрежение :

$\dot{E}_3=111+j.33\ [V];\ \dot{E}_5=-24+j.27\ [V];$

$\dot{I}_3=4+j.9\ [A];\dot{I}_5=-7-j.4\ [A]$

$$\dot{S}_{\Gamma E_3}=\dot{E}_3.\dot{I}_3^*=(111+j.33).(4-j.9)\ [VA]$$

$$\dot{S}_{\Gamma E_3}=741-j.867\ [VA]$$

$$\dot{S}_{\Gamma E_5}=\dot{E}_5.\dot{I}_5^*=(-24+j.27).(-7+j.4)\ [VA]$$

$$\dot{S}_{Г\,E_5} = 60 - j.285\ [VA]$$

3.2.2. От източника на ток :

За да намерим търсената мощност, трябва да намерим напрежението върху всеки един от източниците на ток. Поставяме напреженията на схемата – посоката трябва да е обратна на тази на тока, и съставяме уравнение по вторият закон на Кирхоф за фиктивният контура на тока $\dot{J}_e$:

$$Z_4.\dot{I}_4 + Z_2.\dot{I}_2 - \dot{u}_{je} = 0$$

$$\dot{u}_{je} = Z_2.\dot{I}_2 + Z_4.\dot{I}_4 = (j.10).(2) + (2 + j.2).(9 + j.4) = j.20 + 10 + j.26\ [V]$$

$$\dot{u}_{je} = 10 + j.46\ [V]$$

Тогава за търсената мощност получаваме :

$$\dot{J}_e = 5 - j.5\ [A]$$

$$\dot{S}_{Г\,je} = \dot{u}_{je}.\dot{J}_e^{*} = (10 + j.46).(5 + j.5)\ [VA]$$

$$\dot{S}_{Г\,je} = -180 + j.280\ [VA]$$

Сумарната генерирана мощност е :

$$\dot{S}_{Г} = \dot{S}_{Г\,E_3} + \dot{S}_{Г\,E_5} + \dot{S}_{Г\,je}\ [VA]$$

$$\dot{S}_{Г} = (741 - j.867) + (60 - j.285) + (-180 + j.280)\ [VA]$$

$$\dot{S}_{Г} = 621 + j.872\ [VA]$$

Или получаваме равенство на консумираната и генерирана мощност !

$$\dot{S}_{Г} = \dot{S}_{к} = 621 + j.872\ [VA]$$