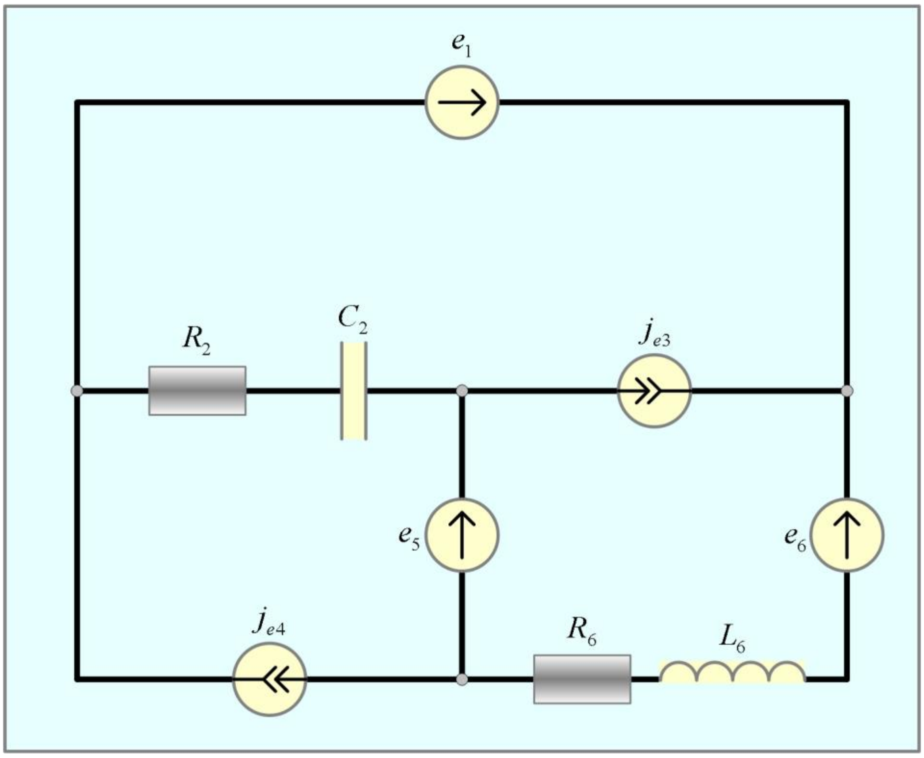
Задачата е решена от Деян Гечев, студент 3 курс ТУ - София



За веригата на фигурата е дадено :

$e_1(t) = 21{,}2132.\sin(1000.t + 53{,}1301^{\circ})\ [V]$

$e_5(t) = 20.\sin(1000.t + 45^{\circ})\ [V]$

$e_6(t) = 15.\sqrt{2}.\sin(1000.t + 90^{\circ})\ [V]$

$j_{e3}(t) = \sqrt{2}.\sin(1000.t)\ [A]$

$j_{e4}(t) = 2.\sin(1000.t - 45^{\circ})\ [A]$

$R_2 = 1\ [\Omega];\ R_6 = 1\ [\Omega];\ L_6 = 3\ [mH];\ C_2 = 500\ [\mu F]$

Да се намери :

1) Комплексите на всички токове ;
2) Да се определи моментната стойност на тока $\mathbf{i_1}$;
3) Да се направи баланс на комплексната мощност.

Решение :

1) Определяне на комплексните токове :

1.1. Превръщаме синусуидалните величини в комплексни :

$$\dot{E}_1 = \frac{21{,}2132}{\sqrt{2}}.e^{j.53{,}1301} = \frac{21{,}2132}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(53{,}1301^\circ\right) + j.\sin\left(53{,}1301^\circ\right)\right)\ [V]$$

$$\dot{E}_1 = 9 + j.12\ [V]$$

$$\dot{E}_5 = \frac{20}{\sqrt{2}}.e^{j.45} = \frac{20}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(45^\circ\right) + j.\sin\left(45^\circ\right)\right)\ [V]$$

$$\dot{E}_5 = 10 + j.10\ [V]$$

$$\dot{E}_6 = \frac{15.\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.e^{j.90} = 15.\left(\cos\left(90^\circ\right) + j.\sin\left(90^\circ\right)\right)\ [V]$$

$$\dot{E}_6 = j.15\ [V]$$

$$\dot{J}_{e3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}.e^{j.0} = 1.\left(\cos\left(0^\circ\right) + j.\sin\left(0^\circ\right)\right)\ [A]$$

$$\dot{J}_{e3} = 1\ [A]$$

$$\dot{J}_{e4} = \frac{2}{\sqrt{2}}.e^{-j.45} = \frac{2}{\sqrt{2}}.\left(\cos\left(-45^\circ\right) + j.\sin\left(-45^\circ\right)\right)\ [A]$$

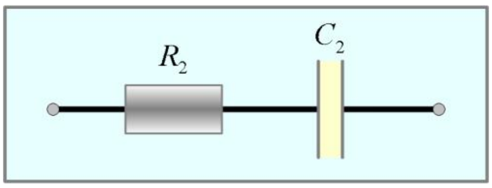
$$\dot{J}_{e4} = 1 - j\ [A]$$

1.2. Намиране на комплексните еквивалентни съпротивления :

За последователно свързане :

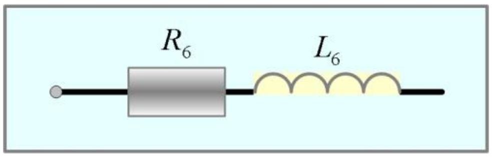
$$Z = R + j.\left(\omega.L - \frac{1}{\omega.C}\right)\ [\Omega]$$

$$R_2 = 1\ [\Omega];\ R_6 = 1\ [\Omega];\ L_6 = 3\ [mH];\ C_2 = 500\ [\mu F]$$



$$Z_2 = R_2 + j.\left(-\frac{1}{\omega.C_2}\right) = 1 + j.\left(-\frac{1}{1000.500.10^{-6}}\right)\ [\Omega];$$

$$Z_2 = 1 - j.2\ [\Omega]$$



$Z_6 = R_6 + j.\omega.L_6 = 1 + j.1000.3.10^{-3}\ [\Omega];$

$Z_6 = 1 + j.3\ [\Omega]$

1.3. Съставяне на еквивалентна схема.

Ще решим задачата по метода на контурните токове.

m = 6 → брой клонове

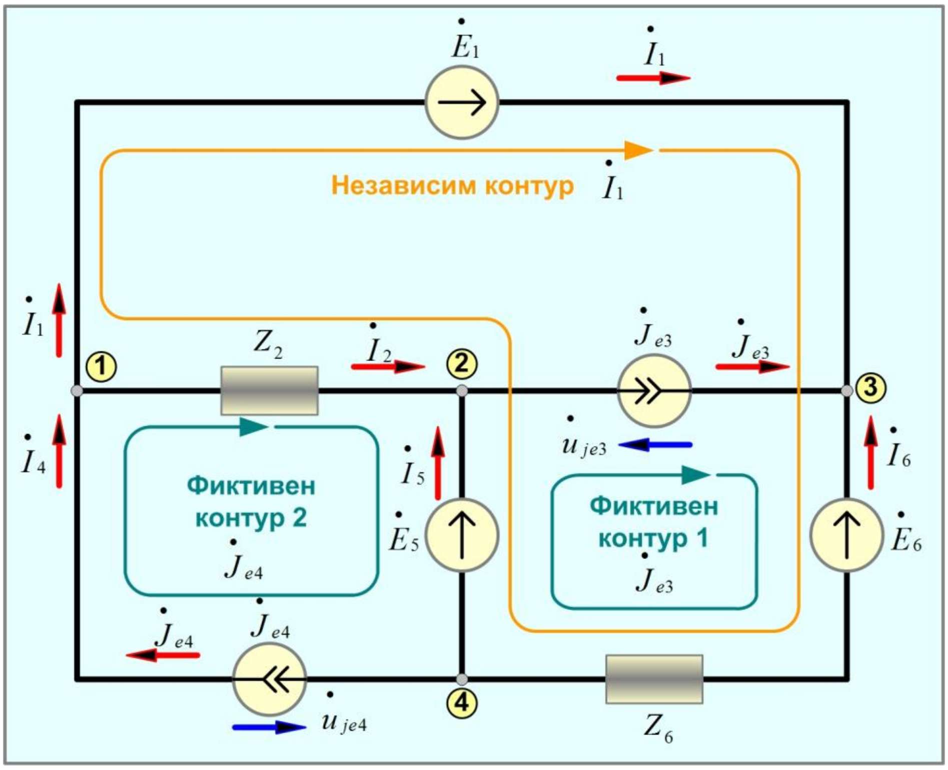
n = 4 → брой възли

n_j = 2 → брой източници на ток

k = m – (n-1) – n_j = 6 – (4-1) – 2 = 1 → брой независими контури, респективно брой уравнения по 2-ри закон на Кирхов плюс два фиктивни контура.

1) Избор на независимите контури: За всеки независим контур избираме контурен ток и посока на този ток. Той НЕ трябва да обхваща (преминава) през източниците на ток!

2) Контурите, които съдържат източници на ток, се наричат ФИКТИВНИ. За тях НЕ се съставят уравнения.



Съставяме уравнение за независимият контур :

$$(Z_2 + Z_6).\dot{I}_1 + Z_6.\dot{J}_{e3} - Z_2.\dot{J}_{e4} = \dot{E}_1 - \dot{E}_6 + \dot{E}_5$$

Заместваме :

$$(1 - j.2 + 1 + j.3).\dot{I}_1 + (1 + j.3).1 - (1 - j.2).(1 - j) = (9 + j.12) - (j.15) + (10 + j.10)$$

$$(2 + j).\dot{I}_1 + 1 + j.3 - (1 - j - j.2 + j^2.2) = 9 + j.12 - j.15 + 10 + j.10\ ;\ (j^2 = -1)$$

$$(2 + j).\dot{I}_1 + 1 + j.3 - 1 + j + j.2 + 2 = 9 + j.12 - j.15 + 10 + j.10$$

$(2+j).\dot{I}_1 + j.6 + 2 = 19 + j.7$; $(2+j).\dot{I}_1 = 17 + j$; $\dot{I}_1 = \dfrac{17+j}{2+j}$;

$\dot{I}_1 = 7 - j.3 \; [A]$

$\dot{I}_3 = \dot{J}_{e3} = 1 \; [A]$

$\dot{I}_4 = \dot{J}_{e4} = 1 - j \; [A]$

Токът $\dot{I}_2$ намираме чрез 1-ви закон на Кирхов за възел **1** :

$\dot{I}_4 = \dot{I}_2 + \dot{I}_1 \; [A]$

$\dot{I}_2 = \dot{J}_{e4} - \dot{I}_1 = 1 - j - (7 - j.3) = -6 + j.2 \; [A]$

Токът $\dot{I}_5$ намираме като алгебрична сума от контурните токове за клон 5 :

$\dot{I}_5 = \dot{I}_1 + \dot{J}_{e3} - \dot{J}_{e4} = (7 - j.3) + (1) - (1 - j) = 7 - j.2 \; [A]$

Токът $\dot{I}_6$ намираме като алгебрична сума от контурните токове за клон 6 :

$\dot{I}_6 = -\left(\dot{J}_{e3} + \dot{I}_1\right) = -(1 + 7 - j.3) = -8 + j.3 \; [A]$

2) Определяне моментната стойност на тока $i_1(t)$:

$i_1(t) = \sqrt{2.(a^2 + b^2)}.\sin\left(\omega.t + arctg\left(\dfrac{b}{a}\right)\right) \; [A]$

$\dot{I}_1 = 7 - j.3 \; [A] \rightarrow$ a = 7; b = -3

$i_1(t) = \sqrt{2.(7^2 + (-3)^2)}.\sin\left(1000.t + arctg\left(\dfrac{-3}{7}\right)\right) \; [A]$

$i_1(t) = \sqrt{2}.7{,}6158.\sin(1000.t - 23{,}1986^\circ) \; [A]$

3) Баланс на комплексната мощност:

3.1. Консумирана мощност от всяко съпротивление :

$\dot{S}_{k2} = Z_2.\left(\dot{I}_2\right)^2 = (1 - j.2).\left((-6)^2 + 2^2\right) = 40 - j.80 \; [VA]$

$\dot{S}_{k6} = Z_6.\left(\dot{I}_6\right)^2 = (1 + j.3).\left((-8)^2 + 3^2\right) = 73 + j.219 \; [VA]$

Сумарната консумирана мощност е :

$\dot{S}_k = \dot{S}_{k2} + \dot{S}_{k6} = 113 + j.139 \; [VA]$

3.2. Генерирана мощност :

3.2.1. От източниците на напрежение :

$$\dot{S}_{Г\,E_1} = \dot{E}_1 . \dot{I}_1^{*} = (9 + j.12).(7 + j.3) = 27 + j.111 \; [VA]$$

$$\dot{S}_{Г\,E_5} = \dot{E}_5 . \dot{I}_5^{*} = (10 + j.10).(7 + j.2) = 50 + j.90 \; [VA]$$

$$\dot{S}_{Г\,E_6} = \dot{E}_6 . \dot{I}_6^{*} = (j.15).(-8 - j.3) = 45 - j.120 \; [VA]$$

3.2.2. От източниците на ток :

За да намерим търсената мощност, трябва да намерим напрежението върху всеки един от източниците на ток. Поставяме напреженията на схемата – посоката трябва да е обратна на тази на тока, и съставяме 2 уравнения по вторият закон на Кирхоф за двата фиктивни контура :

$$-Z_6.\dot{I}_6 - \dot{u}_{je3} = \dot{E}_5 - \dot{E}_6$$

$$\dot{u}_{je3} = \dot{E}_6 - \dot{E}_5 - Z_6.\dot{I}_6 = j.15 - 10 - j.10 - (1 + j.3).(-8 + j.3)$$

$$\dot{u}_{je3} = j.15 - 10 - j.10 - (-8 + j.3 - j.24 - 9) = -10 + j.5 + 8 - j.3 + j.24 + 9$$

$$\dot{u}_{je3} = 7 + j.26 \; [V]$$

$$Z_2.\dot{I}_2 - \dot{u}_{je4} = -\dot{E}_5 ;$$

$$\dot{u}_{je4} = Z_2.\dot{I}_2 + \dot{E}_5 = (1 - j.2).(-6 + j.2) + 10 + j.10$$

$$\dot{u}_{je4} = 8 + j.24 \; [V]$$

Тогава за търсените мощности получаваме :

$$\dot{S}_{Г\,je3} = \dot{u}_{je3} . \dot{I}_{e3}^{*} = (7 + j.26).(1) = 7 + j.26 \; [VA]$$

$$\dot{S}_{Г\,je4} = \dot{u}_{je4} . \dot{I}_{e4}^{*} = (8 + j.24).(1 + j) = -16 + j.32 \; [VA]$$

Сумарната генерирана мощност е :

$$\dot{S}_{Г} = \dot{S}_{Г\,E_1} + \dot{S}_{Г\,E_5} + \dot{S}_{Г\,E_6} + \dot{S}_{Г\,je3} + \dot{S}_{Г\,je4} \; [VA]$$

$$\dot{S}_{Г} = (27 + j.111) + (50 + j.90) + (45 - j.120) + (7 + j.26) + (-16 + j.32) \; [VA]$$

$$\dot{S}_{Г} = 113 + j.139 \; [VA]$$

Или получаваме равенство на консумираната и генерирана мощност !

$$\dot{S}_{Г} = \dot{S}_{к} = 113 + j.139 \; [VA]$$