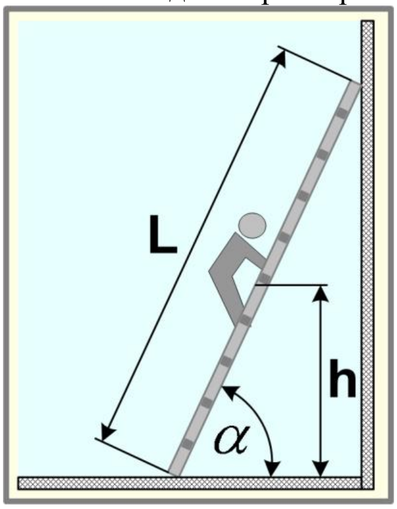
Стълба с дължина $L\ [m]$ е облегната на вертикална идеално гладка стена, сключвайки ъгъл α с хоризонта. Коефициента на триене между стълбата и пода е $\mu\ [-]$. На каква височина $h\ [m]$ относно пода може да се качи човек, преди стълбата да започне да се плъзга? Масата на стълбата да се пренебрегне.



Фиг.1.

Дадено :

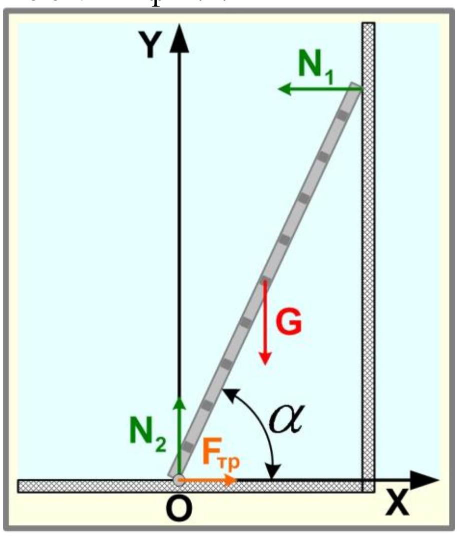
$L\ [m]$; α ; $\mu\ [-]$

Да се намери :

$h = ?\ [m]$

Решение :

Означаваме действащите сили – фиг.2.



Фиг.2.

$\vec{N}_1$ е силата на нормална реакция то страна на стената към стълбата;

$\vec{N}_2$ е силата на нормална реакция то страна на подът към стълбата;

$\vec{F}_{тр}$ е силата на триене между стълбата и пода $F_{тр} = \mu . N_2$;

$\vec{G}$ е силата на тежестта на човека.

Тъй като стената е идеално гладка, сила на триене между стълбата и стената няма.

Записваме първото условие за равновесие :

(1) $\vec{N}_1 + \vec{G} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{mp} = 0$,

Избираме координатна система **XOY** както е показано на фиг.2 и проектираме векторното уравнение **(1)** върху координатните оси :

(2) $N_{1x} + G_x + N_{2x} + F_{mp\,x} = 0$

(3) $N_{1y} + G_y + N_{2y} + F_{mp\,y} = 0$

Намираме проекциите на силите :

$N_{1x} = -N_1 ;\ N_{1y} = 0 ;$

$N_{2x} = 0 ;\ N_{2y} = N_2 ;$

$F_{mp\,x} = F_{mp} ;\ F_{mp\,y} = 0 ;$

$G_x = 0\ ;\ G_y = -G$

Заместваме проекциите на силите в **(2)** и **(3)** :

$-N_1 + 0 + 0 + F_{mp} = 0 \rightarrow$ **(4)** $N_1 = F_{mp} = \mu . N_2$

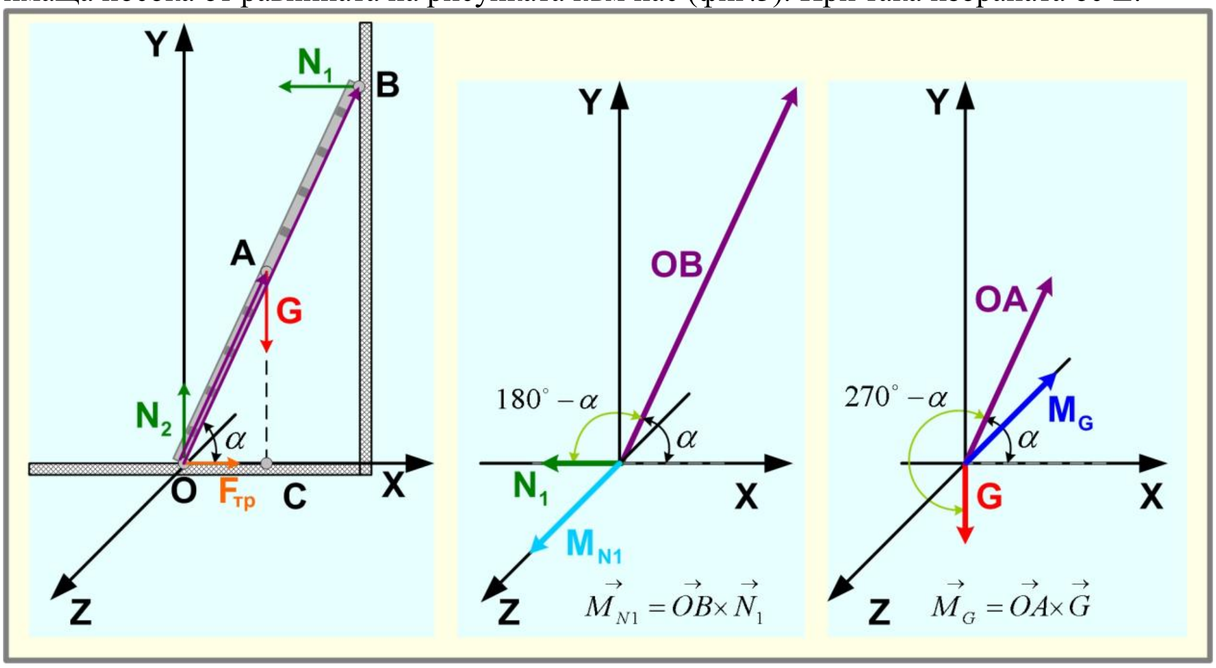
$0 - G + N_2 + 0 = 0 \quad \rightarrow$ **(5)** $G = N_2$, заместваме в **(4)** :

(6) $N_1 = \mu . G\ [N]$

Ако означим с $\vec{M}_{N1}$, $\vec{M}_{N2}$, $\vec{M}_{F\text{тр}}$ и $\vec{M}_G$ моментите създавани съответно от силите $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{mp}$ и $\vec{G}$, то второто условие за равновесие ще има вида :

(7) $\vec{M}_{N1} + \vec{M}_G + \vec{M}_{N2} + \vec{M}_{F\text{тр}} = 0$

За да определим действащите моменти, избираме ос **Z**, минаваща през точка **O** и имаща посока от равнината на рисунката към нас (фиг.3). При така избраната ос **Z**:



Фиг.3.

(8) $\vec{M}_{N2} = \vec{0} \times \vec{N}_2 = 0$;

(9) $\vec{M}_{F\text{тр}} = \vec{0} \times \vec{F}_{\text{тр}} = 0$;

(10) $\vec{M}_{N1} = \vec{OB} \times \vec{N}_1$; **(10.1)** $M_{N1} = OB.N_1.\sin(180^\circ - \alpha) = L.N_1.\sin(\alpha)\ [N.m]$

(11) $\vec{M}_G = \vec{OA} \times \vec{G}$; **(11.1)** $M_G = OA.G.\sin(270^\circ - \alpha) = -OA.G.\cos(\alpha)\ [N.m]$

От триъгълника **OAC** (фиг.3):

$\frac{h}{OA} = \sin(\alpha) \rightarrow OA = \frac{h}{\sin(\alpha)}\ [m]$, заместваме в **(11.1)**:

$$M_G = -\frac{h}{\sin(\alpha)}.G.\cos(\alpha)\ [N.m]$$

(12) $M_G = -\text{cotg}(\alpha).h.G\ [N.m]$

Проектираме векторното уравнение **(7)** върху оста **Z** и заместваме **(8)**, **(9)**, **(10.1)** и **(12)** :

$$L.N_1.\sin(\alpha) - \text{cotg}(\alpha).h.G + 0 + 0 = 0\ [N.m]$$

(13) $h = L.\frac{N_1}{G}.\frac{\sin(\alpha)}{\text{cotg}(\alpha)}\ [m]$, заместваме N_1 от **(6)**:

$$h = L.\frac{\mu.G}{G}.\frac{\sin(\alpha)}{\text{cotg}(\alpha)}\ [m]$$

(14) $h = \mu.L.\sin(\alpha).\text{tg}(\alpha)\ [m]$

Отговор : $h = \mu.L.\sin(\alpha).\text{tg}(\alpha)\ [m]$