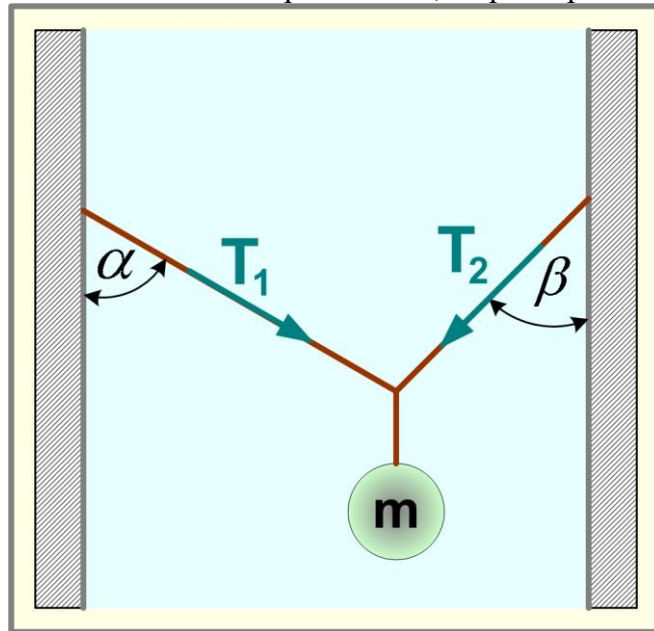


Тежест с маса m [kg] е окачена на въже, което от своя страна е свързано с две други въжета, всяко от тях неподвижно свързано с две вертикални стени (фиг.1). Ако лявото въже сключва с лявата стена ъгъл α , а дясното съответно - β , намерете силите на опън на двете въжета. Въжетата са неразтегливи, с пренебрежима маса.



Фиг.1.

Дадено :

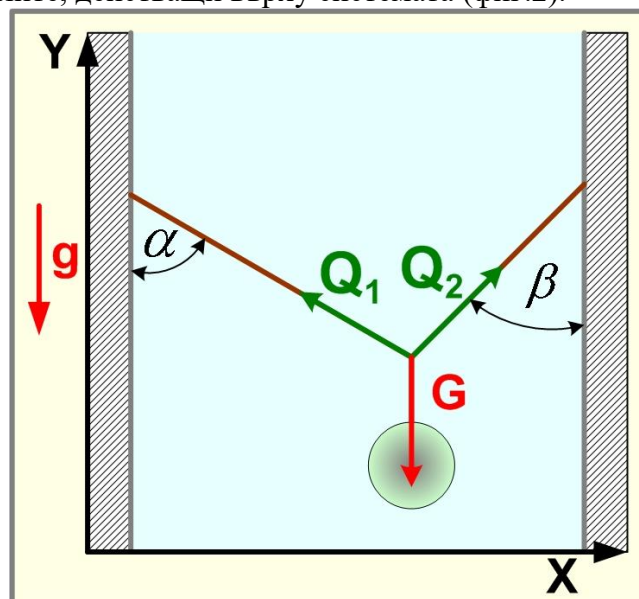
m [kg]; α ; β

Да се намери :

$T_1 = ?$ [N]; $T_2 = ?$ [N]

Решение :

Означаваме силите, действащи върху системата (фиг.2).



Фиг.2.

Записваме първото условие за равновесие на системата :

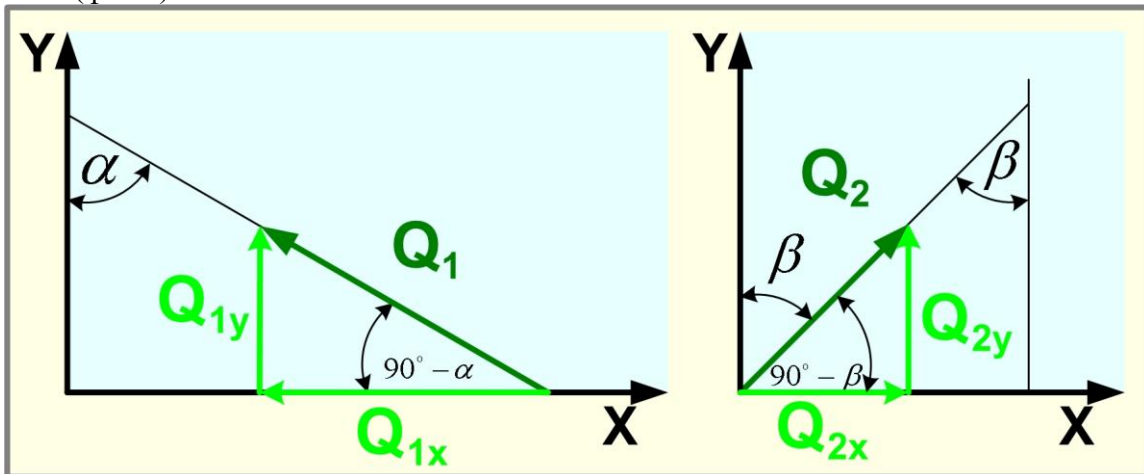
$$(1) \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{G} = 0$$

Проектираме векторното уравнение (1) върху избраните оси X и Y (фиг.2):

$$(2) Q_{1x} + Q_{2x} + G_x = 0$$

$$(3) Q_{1y} + Q_{2y} + G_y = 0$$

Означаваме ъглите между \vec{Q}_1 и \vec{Q}_2 и избраните оси и намираме проекциите на силите (фиг.3).



Фиг.3.

$$Q_{1x} = -Q_1 \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = -Q_1 \cdot \sin(\alpha); \quad Q_{1y} = Q_1 \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = Q_1 \cdot \cos(\alpha)$$

$$Q_{2x} = Q_2 \cdot \cos(90^\circ - \beta) = Q_2 \cdot \sin(\beta); \quad Q_{2y} = Q_2 \cdot \sin(90^\circ - \beta) = Q_2 \cdot \cos(\beta)$$

Допълващи се тригонометрични функции:

$$\cos(90^\circ - x) = \sin(x)$$

$$\sin(90^\circ - x) = \cos(x)$$

([виж таблицата](#))

$$G_x = 0; \quad G_y = -m \cdot g$$

Заместваме проекциите в (2) и (3):

$$(4) -Q_1 \cdot \sin(\alpha) + Q_2 \cdot \sin(\beta) + 0 = 0; \quad (4.1) \quad Q_2 = Q_1 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \quad [N]$$

$$(5) \quad Q_1 \cdot \cos(\alpha) + Q_2 \cdot \cos(\beta) - m \cdot g = 0 \quad [N]$$

Заместваме (4.1) в (5) :

$$Q_1 \cdot \cos(\alpha) + Q_1 \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \cdot \cos(\beta) - m \cdot g = 0 \quad [N]$$

$$(6) \quad Q_1 \cdot [\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta)] = m \cdot g \cdot \sin(\beta) \quad [N]$$

Тригонометрични функции на сбор и разлика на два ъгъла:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

([виж формулите](#))

$$Q_1 \cdot \sin(\alpha + \beta) = m \cdot g \cdot \sin(\beta) \text{ [N]}$$

$$(7) \quad Q_1 = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]}$$

Заместваме (7) в (4.1) :

$$Q_2 = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \text{ [N]}$$

$$(8) \quad Q_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]}$$

Според третият закон на Нютон :

$$\vec{T}_1 = -\vec{Q}_1 ; \vec{T}_2 = -\vec{Q}_2$$

Следователно окончателно получаваме :

$$(9) \quad T_1 = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]}$$

$$(10) \quad T_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]}$$

$$\text{Отговор : } T_1 = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]; } T_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot m \cdot g \text{ [N]}$$