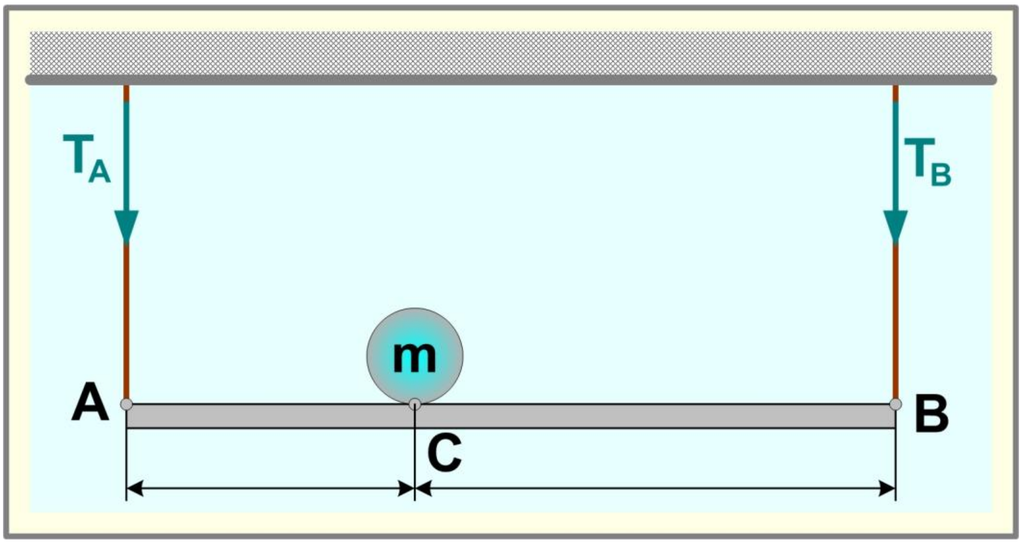
Прът **AB** е окачен на две успоредни въжета. В точка **C** е поставена тежест с маса $m = 8\ [kg]$ (фиг.1). Определете силите на опън в лявото и дясното въже $T_A\ [N]$ и $T_B\ [N]$ ако $AC = 0{,}3\ [m]$, а $BC = 0{,}5\ [m]$. Масата на пръта и въжетата да се пренебрегнат.



Фиг.1.

Дадено :

$m = 8\ [kg]$; $AC = 0{,}3\ [m]$; $CB = 0{,}5\ [m]$

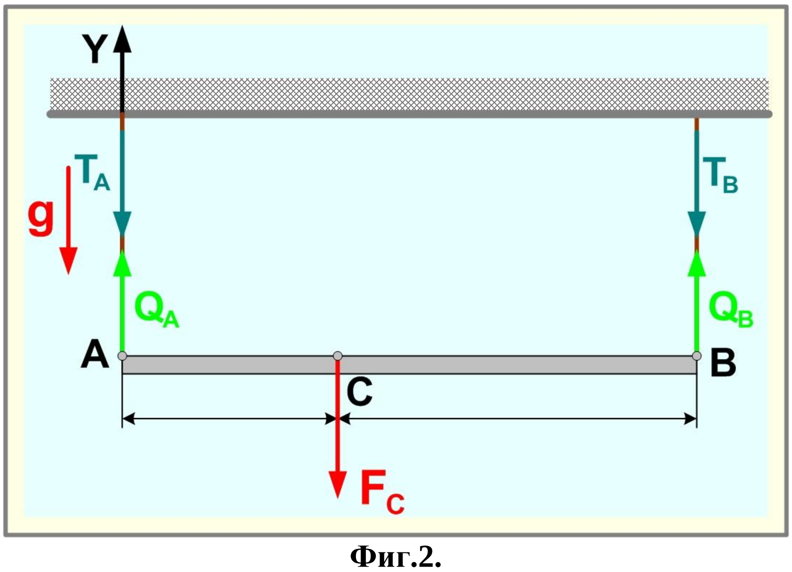
Да се намери :

$T_A\ [N]$; $T_B\ [N]$

Решение :

Пръта взаимодейства с двете въжета и с тежестта. Означаваме с $\vec{Q}_A$ силата на реакцията на лявото въже, а с $\vec{Q}_B$ - реакцията на дясното въже (фиг.2). При това :

(1) $\vec{Q}_A = -\vec{T}_A$; $\vec{Q}_B = -\vec{T}_B$



Фиг.2.

Означаваме с $\vec{F}_C = m.\vec{g}$ силата на тежестта.

За да решим задачата ще използваме двете условия за равновесие :

(2) $\sum \vec{F}_i = 0$ - сумата от приложените сили е равна на нула

(3) $\sum \vec{M}_i = 0$ - сумата от действащите моменти е равна на нула

Според означените на фиг.2 сили записваме **(2)** :

(4) $\vec{Q}_A + \vec{F}_C + \vec{Q}_B = 0$

Избираме координатна ос **Y**, както е показано на **фиг.2** и проектираме векторното уравнение **(4)** върху нея :

(5) $Q_{Ay} + F_{Cy} + Q_{By} = 0$

Намираме проекциите на силите :

$Q_{Ay} = Q_A$; $F_{Cy} = -F_C$; $Q_{By} = Q_B$

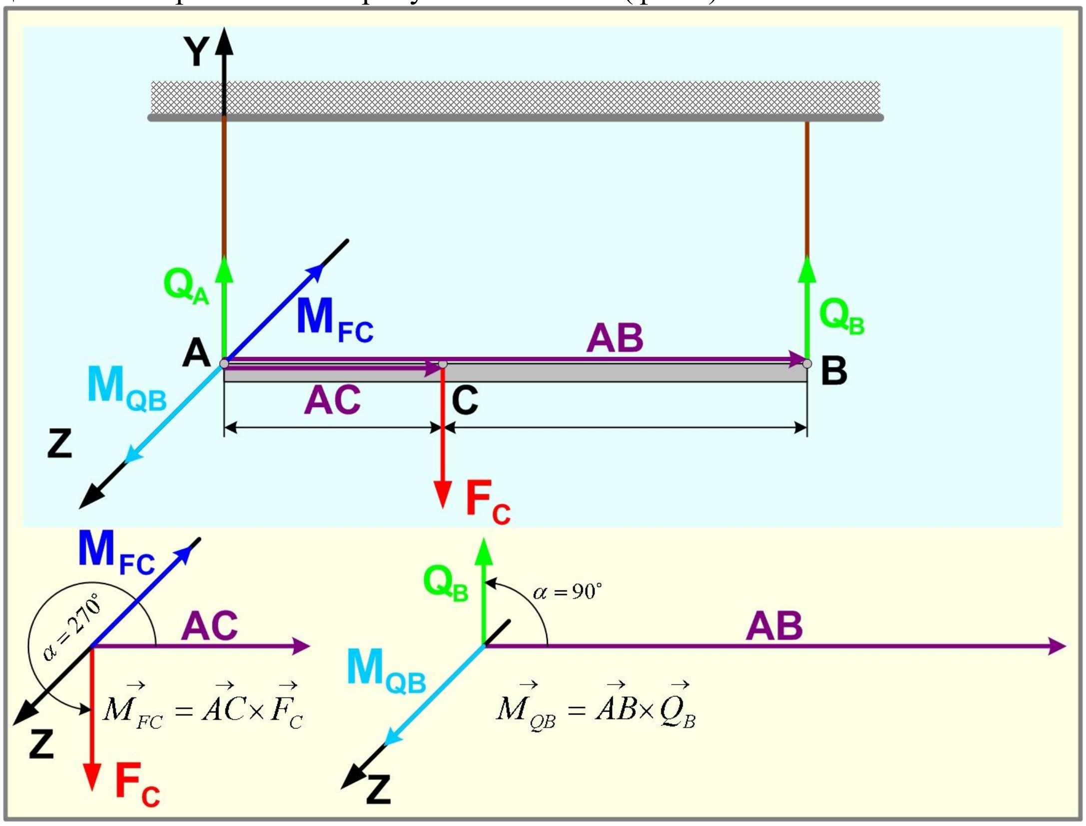
Заместваме проекциите в **(5)** :

(6) $Q_A - F_C + Q_B = 0 \; [N]$

Ако означим с $\vec{M}_{QA}$, $\vec{M}_{QB}$ и $\vec{M}_{FC}$ моментите създавани съответно от силите $\vec{Q}_A$, $\vec{Q}_B$ и $\vec{F}_C$, то второто условие за равновесие ще има вида :

(7) $\vec{M}_{QA} + \vec{M}_{FC} + \vec{M}_{QB} = 0$

За да определим действащите моменти, избираме ос **Z**, минаваща през точка **A** и имаща посока от равнината на рисунката към нас (фиг.3).



Фиг.3.

При така избраната ос **Z**:

(8) $\vec{M}_{QA} = \vec{0} \times \vec{Q}_A = 0$; $M_{QA_Z} = 0$ $[N.m]$

(9) $\vec{M}_{QB} = \vec{AB} \times \vec{Q}_B$; **(9.1)** $M_{QB_Z} = AB.\sin(90^\circ).Q_B = AB.Q_B$ $[N.m]$

(10) $\vec{M}_{FC} = \vec{AC} \times \vec{F}_C$; **(10.1)** $M_{FC\,Z} = AC.\sin(270^\circ).F_C = -AC.F_C$ $[N.m]$

Проектираме векторното уравнение **(7)** върху оста **Z**:

(11) $M_{QA_Z} + M_{FC\,Z} + M_{QB_Z} = 0$

Заместваме проекциите на моментите **(9.1)** и **(10.1)** в **(11)** :

(12) $0 + AB.Q_B - AC.F_C = 0$ $[N.m]$

(13) $AB.Q_B = AC.F_C$ $[N.m]$

(14) $Q_B = \dfrac{AC}{AB}.F_C$ $[N]$

Заместваме Q_B от **(14)** в **(6)** :

$$Q_A - F_C + \frac{AC}{AB}.F_C = 0 \ [N] \ ; Q_A = F_C.\left(1 - \frac{AC}{AB}\right) = F_C.\left(\frac{AB - AC}{AB}\right) \ [N]$$

(15) $Q_A = \dfrac{CB}{AB}.F_C$ $[N]$

Като вземем в предвид **(1)**, заместваме в **(14)** и **(15)** с конкретните стойности :

$T_A = Q_A = \dfrac{CB}{AB}.F_C = \dfrac{0,5}{0,8}.9,80665.8$ $[N]$

$T_A = 49,03$ $[N]$

$T_B = Q_B = \dfrac{AC}{AB}.F_C = \dfrac{0,3}{0,8}.9,80665.8$ $[N]$

$T_B = 29,42$ $[N]$

Отговор : $T_A = 49,03$ $[N]$; $T_B = 29,42$ $[N]$